



1	2	3	4	5
7	4	7	0	7

280

N10.1

$$\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4} = \frac{((2018-10)(2018+10)+100)((2018-20)(2018+20)+40)}{2018^4}$$

$$= \frac{(2018^2 - 100 + 100)(2018^2 - 400 + 400)}{2018^4} = \frac{2018^2 \cdot 2018^2}{2018^4} = \frac{2018^4}{2018^4} = 1$$

Ответ: 1

N10.2

$$0 < y < x < 1$$

$$\frac{x-y}{1-xy} < 1$$

$$\frac{x-y}{1-xy} - 1 < 0$$

$$\frac{x-y-1+xy}{1-xy} < 0$$

Т.к. числа x и y находятся в промежутке от 0 до 1, то по св-ву умножения $0 < xy < 1$, а значит $1-xy > 0$. Исходя из этого осталось доказать, что $x-y-1+xy < 0$

$$y(x-1) + (x-1) < 0$$

$$(x-1)(y+1) < 0$$

$$y+1 > 0$$

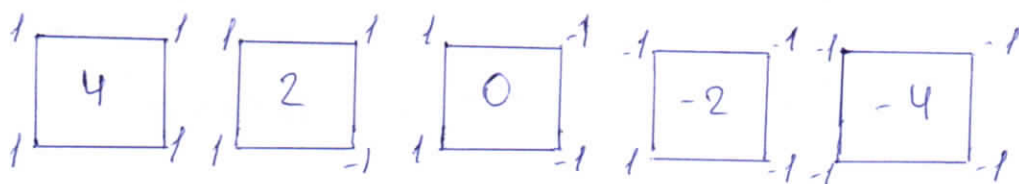
$$x-1 < 0$$

||

$$(x-1)(y+1) < 0, \text{ а значит и } \frac{x-y}{1-xy} < 1 \quad \text{Ч.т.д.}$$

N10.3.

Нарисуем возможные грани куба и внутри напомним их сумму



Получилось только 5 граней, которые были бы уникальными. При перестановке значений вершин, сумма не изменится, поэтому вариантов расстановки всего 5. У куба граней 6 \Rightarrow не может

Ответ: не может.

N10.5

Рассмотрим условия идеальной игры, когда каждый хочет выиграть за минимальное кол-во ходов.

Построим дерево вариантов:

1 ход:

2 ход:

3 ход:

4 ход:

Есть 3 типа победы на 4 ходу

Ⓘ |||| все прямые параллельны, итого 5 кусков. $5:5 \Rightarrow$ победа

Ⓜ * Две прямые параллельны и две пересекаются, причем точка пересечения не принадлежит параллельным прямым. Итого: 10 кусков $10:5 \Rightarrow$ победа

Ⓝ * Три прямые пересекаются в одной точке, а 4-ая прямая пересекает три других не в центре пересечения. Итого: 10 кусков $10:5 \Rightarrow$ победа.

Пояснение: 1) на 1 ходу будет прямая, делящая плоскость на 2 куска. Это единственный возможный ход.

2) Во время второго хода есть вариант поставить параллельную прямую или пересекающую данную. В 1 случае 3 куска, во 2 4 куска.

3) В 1 случае у противника 2 варианта ставить прямую пересекающую две данных и строить или параллельную. Это дает либо 4, либо 6 кусков.

* Во 2 случае можно поставить прямую по-разному, но в итоге получится либо 6, либо 7 кусков.

4) На 4 ходу уже можно победить, а значит мы рассмотрим именно эти варианты (в условиях идеальной игры)

Вывод: в условиях идеальной игры, победителем окажется партнер на 4 ходу. (Партнер ходит вторым)

Ответ: партнер

М-313-10-13



1	2	3	4	5
4	3	7	0	2

195

~10.1

$$\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4} = \frac{((2018-10)(2018+10) + 100)((2018-20)(2018+20) + 400)}{2018^4}$$

$$= \frac{(2018^2 - 100 + 100)(2018^2 - 400 + 400)}{2018^4} = \frac{2018^2 \cdot 2018^2}{2018^4} = \frac{2018^4}{2018^4} = 1$$

Ответ: 1

~10.2

$$0 < y < x < 1$$

Рассмотрим числитель и знаменатель:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < x-y < 1, \text{ т.к. по условию } 0 < y < x < 1 \\ 0 < 1-xy < 1, \text{ т.к. по условию } 0 < y < x < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Числитель и знаменатель} > 0 \Rightarrow \frac{x-y}{1-xy} > 0$$

3) Рассмотрим разность знаменателя и числителя:

$$1-xy - x+y = (1+y) - x(1+y) = (1-x)(1+y)$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 < 1-x \\ 0 < 1+y \end{array} \right\} \Rightarrow (1-x)(1+y) > 0 \Rightarrow \text{Знаменатель} > \text{числитель, т.к. } x-y < 1-xy$$

это же доказано!

$$\frac{x-y}{1-xy} < 1, \text{ т.к. } 0 < 1-xy$$

Или же $x-y > 1-xy$.

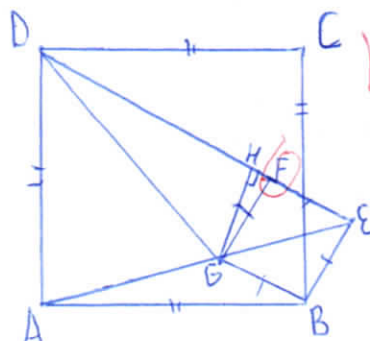
~10.3

Рассмотрим всевозможные суммы:

$$\begin{array}{l} 1+1+1+1=4 \\ 1+1+1-1=2 \\ 1+1-1-1=0 \\ 1-1-1-1=-2 \\ -1-1-1-1=-4 \end{array}$$

Всего 5 сумм, но у куба 6 граней \Rightarrow Не может быть того, что на каждой грани числа разные
Ответ: не может

~10.4



Док-во.
1) Пусть если $F \in DE$ и $D \in$ одной прямой, то $GF \perp DE$
Но пусть $F \notin DE$
2) Построим $BH \perp DE$
По т. Пифагора для $\triangle BHE$:
 $BH^2 + HE^2 = BE^2$
 $2BH^2 = BE^2$
 $BH = \sqrt{\frac{BE^2}{2}}$
3) По т. Пифагора для $\triangle BFE$:

т.к. $F \notin DE$
то $GF \perp DE$

$$FE^2 + FE^2 = GE^2$$

$$FE = \sqrt{\frac{GE^2}{2}}$$

⇓

$$FE = GH$$

4) Рассмотрим $\triangle GHF$:

$$FE = GH \Rightarrow \triangle GHF - \text{пр. } \triangle (\text{по опре.})$$

⇓

$$\angle GHF = \angle GFH = 90^\circ, \text{ т.е.}$$

были все стороны

⇓

Утверждение не верно

⇓

$$FE \neq DE, \text{ т.е.}$$

точки F, D и E лежат
на одной прямой

N 10.5

1) Первый ~~ход~~ ^{ход} может разделить плоскость на $\frac{1}{2}$ - части и X - 4 части

Но второй после ~~первого~~ ^{первого} хода I игрока может возникнуть

⇓
Он не может возникнуть
первым ходом

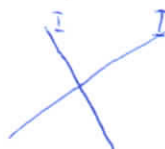
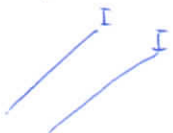
будет действовать, как показано на рисунке:

I вариант событий

II вариант событий

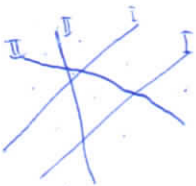
1 ход
I игрок

1 ход
I игрок



2 ход
I игрок

2 ход
II игрок



10 частей: 5
⇓
возникает

10 ~~частей~~ частей: 5
⇓
возникает

не все
варианты!

Ответ: возникает второй игрок

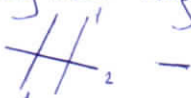
M-314-10-9

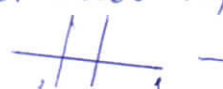
$$\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4} = \frac{2018^2 \cdot 2018^2}{2018^4} = 1$$

Ответ: 1.


10.5 Первый ход всегда будет одинаковым (будет делить плоскость на 2 части)


• Если 1-ая линия будет пересекать первую, то образуется 4 плоскости, тогда следующий ход, в любом случае разделит плоскость на 6 частей, что не подходит

→ 2-ая прямая должна быть параллельна 1-ой 

Тогда 3-ья прямая может либо пересекать обе прямые, либо быть параллельной им. 

В первом случае образуется 6 плоскостей (что не подходит)

→ 3-ья прямая должна быть параллельна двум другим 

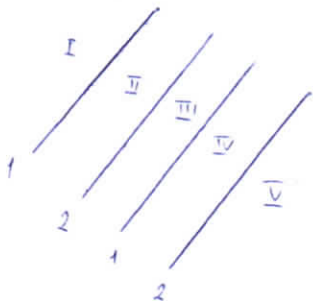
Тогда 4-ая прямая может либо пересекать первые 3, либо быть им параллельной. 

В первом случае плоскость разделится на 8 частей (что не подходит)

→ 4-ая прямая должна быть параллельна первым 3-ем

Тогда и только тогда плоскость будет разделена на 5 частей

• Если играть таким способом, то победит игрок, ходивший вторым.



Ответ: При правильной игре выиграет игрок, ходивший вторым, и для этого ему надо построить прямую параллельную первой, а после и третьей.

Не все варианты!

1	2	3	4	5
7	6	7	0	2

225.

10.3. Всего у куба 6 граней.

Рассмотрим все возможные варианты значений на грани:

$$\left. \begin{array}{l} 1+1+1+1=4 \\ 1+1+1-1=2 \\ 1+1-1-1=0 \\ 1-1-1-1=-2 \\ -1-1-1-1=-4 \end{array} \right\} \text{ всего 5 вариантов}$$

Тогда в любом случае одно значение будет повторяться →

Не может быть ситуации, в которой все числа на гранях различны

10.2. $0 < y < x < 1$ Док-ть: $\frac{x-y}{1-xy} < 1$

Док-во:

$$\frac{x-y}{1-xy} < 1 ; \quad \frac{x-y-1+xy}{1-xy} < 0$$

это надо
доказать!

$$\checkmark \textcircled{1} \begin{cases} x-y-1+xy < 0 \\ 1-xy > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \checkmark \textcircled{2} \begin{cases} x-y-1+xy > 0 \\ 1-xy < 0 \end{cases}$$

Из условия следует: $x > 0, x < 1; y > 0, y < x, y < 1$

$$\rightarrow x-y < 0; xy < 1; 1-xy > 0$$

Тогда рассмотрим пункт ①, и остаётся доказать, что

$$x-y-1+xy < 0$$

$$x-y < 0 \quad -1+xy < 0 \rightarrow x-y-1+xy < 0$$

$$\rightarrow \frac{x-y}{1-xy} < 1$$

10.1. $\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4}$

1) $2018^2 = 4072324$;

$$\begin{array}{r} 2018 \\ \times 2018 \\ \hline 16144 \\ 20180 \\ 00000 \\ 403600 \\ \hline 4072324 \end{array}$$

$$2008 \cdot 2028 = 4072224$$

$$\begin{array}{r} 2008 \\ \times 2028 \\ \hline 16064 \\ 40160 \\ 00000 \\ 401600 \\ \hline 4072224 \end{array}$$

$$\rightarrow 2018^2 = 2008 \cdot 2028 + 100$$

2) $2038 \cdot 1998 = 4071924$

$$\begin{array}{r} 2038 \\ \times 1998 \\ \hline 16304 \\ 183420 \\ 1234200 \\ 4071924 \end{array}$$

$$\rightarrow 2018^2 = 2038 \cdot 1998 + 400$$

M-344-10-13 M-344-10-13

$\angle DFM = 90^\circ = \angle GFE \Rightarrow$ они вертикальные $\Rightarrow MF \perp FE \Rightarrow$
 $\Rightarrow T, E, F, D$ - лежат на одной прямой
 $\angle DAE = \angle CBE + 45^\circ$

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0

2

N 10.5

Если прямая пересекает k прямых (не в точках пересечения), то количество становится больше на $k+1$, если в точках n точек пересечения, то $2n$, если

11, то +1

ман победы за 2-10 (он при этом расклад победы)

хоч 1-10

хоч 2-10

X

11

хоч 10

11

11

11

X

11

11

11

хоч 2-10

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

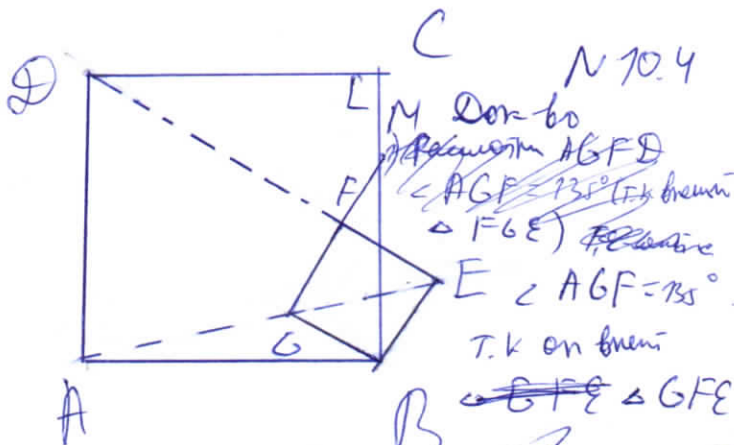
11

11

11

11

11



N 10.4

Дано
ABCD и GFE - квадраты
A, G, E ∈ AC
Докажем, что D, F, E ∈ D

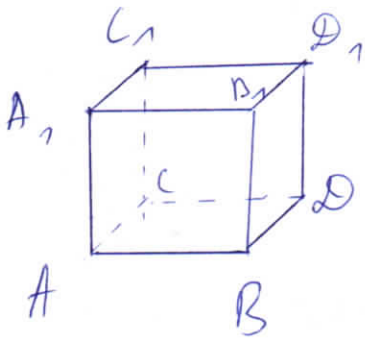
Дано
ABCD и GFE - квадраты
A, G, E ∈ AC

Докажем, что D, F, E ∈ D

Докажем, что D, F, E ∈ D
Докажем, что D, F, E ∈ D
Докажем, что D, F, E ∈ D

N 10.3

M-314-10-13



Нарисуем записываем куб: \square
 у AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 16 рёбер сумме ~~сумм~~ ^{всего 5 сумм}

у BB_1, DD_1, DB - 4

-4, -2, 2, 0, 4

у BB_1, DD_1, CC_1, AA_1 - 2

у CC_1, CC_1, DD_1 - 2

у $CABD$ и $ACCA_1$ по 1-му варианту ~~то~~

у AA_1, BB_1, BB_1 - 16 вариантов ~~у BB_1, DD_1, DB~~

а у остальных рёбер в сумме 10 вариантов \Rightarrow

\Rightarrow будет повторение какой-нибудь суммы

Отв: Нет, немы \checkmark

N 10.5

Ход 1-20

мин. выигрывает за 2-20

ход 2-20

ход 1-20

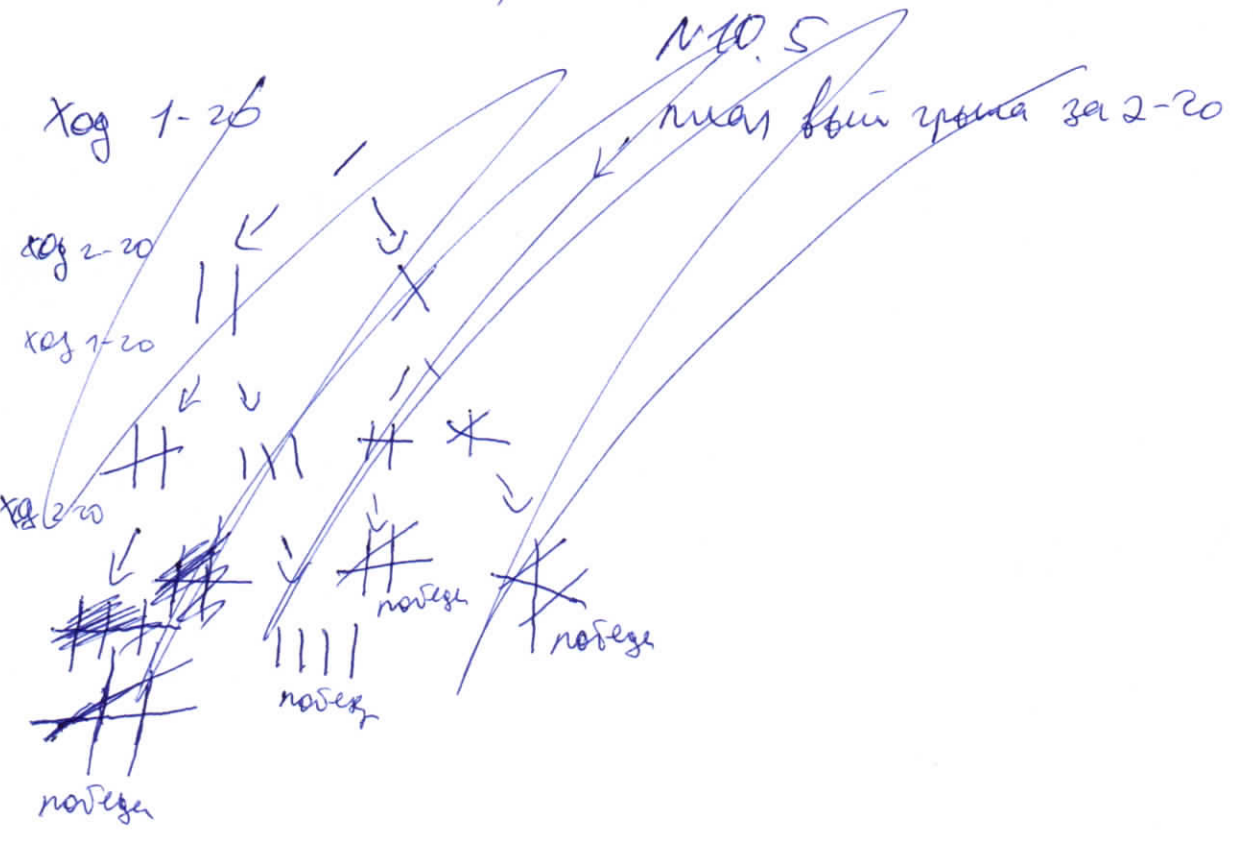
ход 2-20

повтор

повтор

повтор

повтор



1	2	3	4	5
7	7	0	0	7

⑦

218

N 10.1

$$\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4} =$$

$$= 4 \cdot 4 (502 \cdot 507 + 25)(999 \cdot 1019 + 100) =$$

$$= \frac{2^4 \cdot 1018081 \cdot 1018081}{4 \cdot 2^4 \cdot 1009^4} = \frac{2^4 \cdot 1009^4 \cdot 1009^4}{2^4 \cdot 1009^4}$$

$$= 1$$

N 10.2

Dano: $0 < y < x < 1$, где x, y — др., $\frac{x-y}{1-xy} < 1$

Доказ.

$0 < x - y < 1$, т.к. $0 < y < x < 1$
 $x - xy < 1$, т.к. $0 < y < x < 1$

$1 - xy < 1$, т.к. $0 < xy < 1$

$0 < xy < x < 1 \Rightarrow 1 - xy > x - y \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x-y}{1-xy} < 1$$

Как вы можете заметить первая может выиграть второй при любом раскладе ситуации, и заканчивает игру на 2й свой ход.

№ 10.1

$$\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4}$$

Пусть $a = 2018$

$$\frac{((a-10)(a+10)+100)((a-20)(a+20)+400)}{a^4} = \frac{(a^2-100+100)(a^2-400+400)}{a^4} = \frac{a^4}{a^4}$$

$$= 1$$

Ответ: 1.

Соборный

М - 314 - 10 - 12



1	2	3	4	5
7	0	7	0	7

210

№ 10.2.

$$0 < y < x < 1$$

Если $\frac{x-y}{1-xy} < 1 \Rightarrow x-y < 1-xy$

\downarrow
 $0 < x-y < 1$
 \downarrow
 $1-y > x-y$ (т.к. $1 > x$)
 \downarrow
 $1-xy > 1-y$

\checkmark
 $xy < y$ (т.к. оба множителя < 1)
 \downarrow
 $-xy < -y$
 \downarrow
 $1-xy > 1-y$
 т.к. $y \Rightarrow$ числитель $<$ знамен.

\downarrow
 $\frac{x-y}{1-xy} < 1$

№ 10.3

У куба 6 граней

У каждой грани 4 вершины

\downarrow
 всего возможных вариантов, подстановки ± 1



\downarrow
 всего возможно 5 вариантов, а граней 6 \Rightarrow В любом случае сумма каких-либо 2х граней будет одинакова

№ 10.5

Дерево возможных вариантов

