M – 313 – 11 – 5

1	2	3	4	5
7	7	7	7	7

35 б.

№1

$x+y=5\ (*)$, $x+y+x^2y+xy^2=24$ [redacted]

Следовательно, $x^2y+xy^2=24-(x+y)$

$x^2y+xy^2=24-5=19\ (*) \Rightarrow \boxed{x^2y+xy^2=19}$ (o)

Но $x^2y+xy^2=xy(x+y)=5xy\ (*)$, поэтому

$5xy=19 \Rightarrow \boxed{xy=\frac{19}{5}}$ ($\genfrac{}{}{0pt}{}{o}{o}$) Так как $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$,

то $x^2+y^2+2\cdot\frac{19}{5}=5^2$ (o)($\genfrac{}{}{0pt}{}{o}{o}$), $x^2+y^2=25-\frac{38}{5}$

$x^2+y^2=\frac{125-38}{5}=\frac{87}{5} \Rightarrow \boxed{x^2+y^2=\frac{87}{5}}$ (Δ)

Рассмотрим $(x+y)(x^2+y^2)$: $(x+y)(x^2+y^2)=x^3+y^3+x^2y+xy^2$

Следовательно, $x^3+y^3+19=5\cdot\frac{87}{5}$ (o)($\genfrac{}{}{0pt}{}{o}{o}$)(Δ)

То есть $x^3+y^3=87-19 \Rightarrow \boxed{x^3+y^3=68}$

$\boxed{\text{Результат: } x^3+y^3=68}$

№2

Пусть $A = 9+99+999+\ldots+\underbrace{9\ldots9}_{2019}$, тогда

прибавим к каждому слагаемому по 1, тем самым получим $A+2019\cdot1=10+100+1000+\ldots+1\underbrace{0\ldots0}_{2019}$

(так как всего 2019 слагаемых, в силу того, что первое записывалось 1 девяткой, второе – 2 девятками, а последнее – 2019 девятками, а мы прибавим к каждому по единице, то к A прибавим 2019 единиц или $2019\cdot1$)

Так как каждое слагаемое составляет разряд числа A, то получим: $A+2019=\underbrace{1\ldots1}_{2019}0$. Осталось вынести из обеих частей 2019: $A=\underbrace{1\ldots1}_{2019}0-2019$, поэтому выполним ~~деление~~ вычитание в столбик:

$$\begin{array}{r} -\underbrace{1\ldots1}_{2015}11110 \\ 2019 \\ \hline \underbrace{1\ldots1}_{2015}09091 \end{array}$$

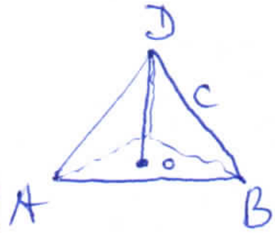
Следовательно, всего 2016 единиц в записи.

Результат: в десятичной записи числа всего 2016 единиц

Страница 1

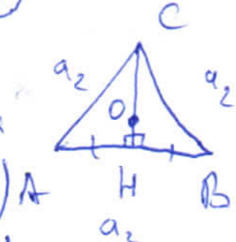
№3

Объём куба находится по формуле a_1^3, если a_1 — длина стороны куба. Пусть a_1 - длина стороны куба, а a_2 - длина стороны тетраэдра, тогда найдём длину высоты тетраэдра: Т.к. он правильный, то в основании лежит правильный треугольник, у которого точка пересечения высот, биссектрисс и медиан совпадает. Пусть это точка O, тогда в тетраэдре DABC, DO будет высотой (*)



Пусть H — середина AB, тогда т.к. $\triangle ABC$ — правильный, то высота совпадает с медианой, поэтому высота CH треугольника ABC:

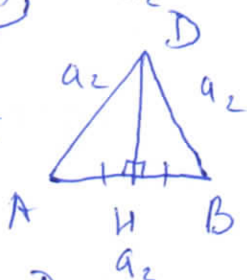
$|CH| = \frac{\sqrt{3}a_2}{2}$ ($\triangle ABC$ — правильный со стороной a)



Т.к. O — точка пересечения медиан, то (а медианы точкой пересечения делятся в отношении 2к1 считая от вершины)

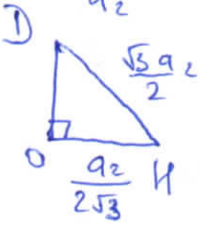
$|OH| : |CH| = 1 : 3 \Rightarrow |OH| = \frac{\sqrt{3}a_2}{2 \cdot 3}$

$|OH| = \frac{a_2}{2\sqrt{3}}$. Т.к. $\triangle ABD$ - правильный со стороной a, то медиана DH будет высотой и $|DH| = \frac{\sqrt{3}a_2}{2}$



Рассмотрим $\triangle DOH$.

Из (*) $\Rightarrow \angle DOH = 90^\circ$, поэтому по теореме Пифагора:



$|DO| = \sqrt{|DH|^2 - |OH|^2}$, $|DO| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}a_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{a_2}{2\sqrt{3}}\right)^2}$

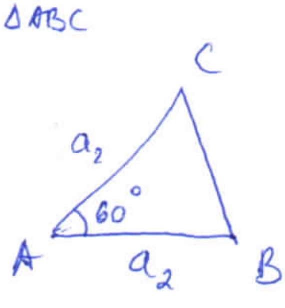
$|DO| = \sqrt{\frac{3a_2^2}{4} - \frac{a_2^2}{12}} = \sqrt{\frac{8a_2^2}{12}} = \sqrt{\frac{2a_2^2}{3}} = \frac{\sqrt{2}a_2}{\sqrt{3}}$

Так как объём пирамиды равен трети произведение высоты на площадь основания, то $V_{тр} = \frac{1}{3} \cdot |DO| \cdot S_{\triangle ABC}$

где $V_{тр}$ — объём тетраэдра, а $S_{\triangle ABC}$ — площадь $\triangle ABC$

Найдём $S_{\triangle ABC}$:

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \sin\angle BAC$



Т.к. $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, то

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a_2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a_2^2}{4}$

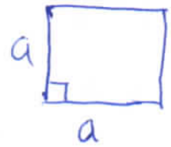
Поэтому, $V_{тр} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}a_2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}a_2^2}{4}$

$V_{тр} = \frac{a_2^3}{6\sqrt{2}}$. Пусть V_K — объём куба. Так как по условию, $V_{тр} = V_K$, то $\frac{a_2^3}{6\sqrt{2}} = a_1^3 \Rightarrow \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = \frac{1}{6\sqrt{2}}$

$$\frac{a_1}{a_2} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{72}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{72}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3^2}} \quad (0)$$

Площадь поверхности куба $S_{п_к} = 6 \cdot S_{кв}$,

где $S_{кв}$ - площадь одного из квадратов (составляющих куб), тогда $S_{кв} = a_1^2$, поэтому



$S_{пк} = 6a_1^2$

Площадь поверхности правильного тетраэдра $S_{п\,тр} = 4 \cdot S_\Delta$,

где S_Δ - площадь одного из правильных треугольников (составляющих тетраэдр), поэтому

$S_\Delta = S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}a_2^2}{4}$, тогда $S_{п\,тр} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}a_2^2}{4} \Rightarrow S_{п\,тр} = \sqrt{3}a_2^2$

$$\frac{S_{пк}}{S_{п\,тр}} = \frac{6a_1^2}{\sqrt{3}\,a_2^2} = 2\sqrt{3}\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 2\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3^2}}\right)^2 (0) =$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3^2}}.$$

Так как $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$, а $\frac{1}{\sqrt[3]{3^2}} = 3^{-\frac{2}{3}}$, при этом

$a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$, поэтому

$$\frac{S_{пк}}{S_{п\,тр}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\left(-\frac{2}{3}\right)} = 3^{\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)} = 3^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{3}}$$

Результат: площадь поверхности куба относится к площади поверхности правильного тетраэдра как $1 : \sqrt[6]{3}$

№4

Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, а $\angle C = \gamma$, тогда по условию,

$\sin\alpha = 2\sin\beta\cos\gamma$, но т.к. $\angle A$, $\angle B$ и $\angle C$ — углы треугольника ABC

то $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ или $\alpha+\beta+\gamma = 180^\circ$, следовательно

$$\begin{cases} \sin\alpha = 2\sin\beta\cos\gamma \\ \alpha+\beta+\gamma = 180^\circ \ (*) \end{cases}$$

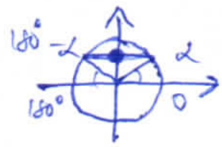
Так как $\sin\beta\cdot\cos\gamma = \frac{1}{2}\left(\sin(\beta+\gamma) + \sin(\beta-\gamma)\right)$, то

$\sin\alpha = \cancel{2}\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\left(\sin(\beta+\gamma) + \sin(\beta-\gamma)\right)$

$\sin\alpha = \sin(\beta+\gamma) + \sin(\beta-\gamma)$

Но из $(*)$ $\Rightarrow$ $\beta+\gamma = 180^\circ - \alpha$, тогда

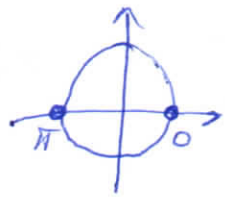
$\sin(\beta+\gamma) = \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ (формула приведения)



поэтому: $\cancel{\sin\alpha} = \cancel{\sin\alpha} + \sin(\beta-\gamma)$ или:

$\sin(\beta-\gamma) = 0$

Т.к. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi n,\ n\in\mathbb{Z}$,



то $\beta - \gamma = \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$\beta = \gamma + \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Но так как β и γ — углы треугольника ABC,

то $0<\beta<\pi$ (рад) и $0<\gamma<\pi$ (рад) поэтому

уравнение $\beta = \gamma + \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$ имеет решение

только при $k=0$, то есть $\beta=\gamma$, поэтому

~~треугольник~~ $\angle B = \angle C$ и треугольник ABC — равнобедренный, ч.т.д.

№5

		-2		
	-2	1	2	
-2	1	2	-2	1
	2	-2	1	
		1		

M - 313 - 11 - 4 (лист 1)

№1 x^3+y^3 – ?

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

1	2	3	4	5
5	7	0	7	7

26

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x+y+x^2y+xy^2=24 \end{cases}$$

$(x+y)+xy(x+y)=24$

$5+5xy=24$

$xy=\frac{19}{5}$

$(x+y)(x^2-xy+y^2)=(x+y)((x^2+2xy+y^2)-3xy)=$

$=(x+y)((x+y)^2-3xy)=5(5^2-3\cdot\frac{19}{5})=5^3-3\cdot 19=\cancel{5}125-57=\cancel{5}168$

Ответ: $x^3+y^3=\cancel{5}68$

№2 $9+99+999+\ldots+9\ldots9=(10^1-1)+(10^2-1)+\ldots+(10^{2019}-1)=$

$=(10^{2019}+10^{2018}+\ldots+10^5)+10^4+10^3+10^2+10-2019=(10^{2019}+10^{2018}+\ldots+10^5)+$

$+11110-2019=10^{2019}+10^{2018}+\ldots10^5+9091=\underbrace{11\ldots11}_{2015\text{ единиц}}09091$

$$\begin{array}{r} -\,11110 \\ 2019 \\ \hline 9091 \end{array}$$

$2019-5+1=2015$

$2015+1=2016$

Ответ: 2016 единиц.

№4 $\sin\angle A=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\sin((180^\circ-\angle B)-\angle C)=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\sin(180^\circ-\angle B)\cos\angle C-\sin\angle C\cdot\cos(180^\circ-\angle B)=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\sin\angle B\cos\angle C+\sin\angle C\cos\angle B=2\sin\angle B\cdot\cos\angle C$

$\sin\angle C\cos\angle B-\sin\angle B\cdot\cos\angle C=0$

$\sin(\angle C-\angle B)=0$

$\angle C-\angle B=\pi n,\quad n\in Z$

$0^\circ<\angle C<180^\circ$

$0^\circ<\angle B<180^\circ \quad |\cdot(-1)$

$-180^\circ<-\angle B<0^\circ$

$-180^\circ < \angle C - \angle B < 180^\circ$

$-\pi < \angle C - \angle B < \pi$

$-\pi < \pi n < \pi$

$-1 < n < 1$

$n = 0$

$\angle C - \angle B = 0$

$\angle C = \angle B$, следовательно, $\triangle ABC$ - равнобедренный.

Что и требовалось доказать

15

		-1		
	1	-1	1	
-1	-1	3	-1	-1
	1	-1	1	
		-1		

~~$-1\cdot 8 + 4\cdot 1 + 3 =$~~

		$-\frac{1}{6}$		
	$-\frac{7}{126}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	
$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$
	$\frac{7}{12}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{7}{126}$	
		$-\frac{1}{6}$		

$-\frac{1}{6}\cdot 2 + \frac{4}{3} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$

$\cancel{\frac{7}{12}\cdot 2 - \frac{1}{6} = \frac{14}{12} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} = 1}$

$\cancel{-\frac{1}{6}\cdot 8 + \frac{7}{12}\cdot 4 + \frac{4}{3} =}$

$\cancel{-\frac{7}{6}}$

		-3		
	2	2	-3	
2	-3	2	2	-3
	2	-3	2	
		2		

$2\cdot 2 - 3 = 1$

$8\cdot 2 - 5\cdot 3 = 1$

(13) $V_{т.} = V_{к.}$ (т – тетраэдр, к – куб)

Пусть a – сторона тетраэдра, b – сторона куба, S – площадь поверхности.

$S_{т.} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot 4 = a^2\sqrt{3}$ $\quad S_{к.} = 6b^2$

$V_{т.} = ka^3$ $\quad V_{к.} = \frac{1}{3}\cancel{b^3}\, S_{осн}\cdot H$

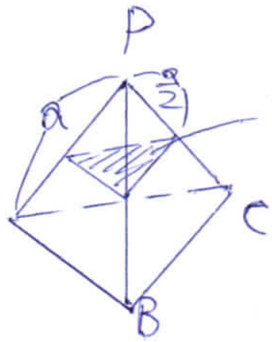
$$\frac{S_{к.}}{S_{т.}} = \frac{6b^2}{a^2\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}\left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$\frac{V_{к.}}{V_{т.}} = \cancel{ka^3}\frac{b^3}{ka^3} = 1$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^3 = k \Rightarrow \frac{b}{a} = \sqrt[3]{k}$$

$$\frac{S_{к.}}{S_{т.}} = 2\sqrt{3}\cdot k^{\frac{2}{3}}$$ ✓

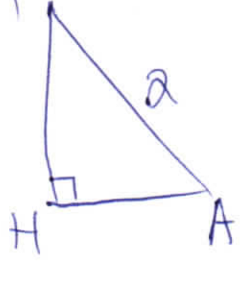
Площадь сечения, проходящего через средние линии трёх граней, равна $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$



$$S = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$$

Пусть PH – высота, опущенная на плоскость (ABC).

Рассмотрим Δ PAH. $AP = a$, $AH = \frac{2}{3}h_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. $PH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$



По аналогии с формулой площади правильного треугольника ($S = \frac{1}{2}a\,h$, $\frac{1}{2}a$ – средняя линия, h – высота) находим объём правильного тетраэдра:

$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}$ ($\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$ – площадь

M-313-11-4 (матем

сечения, проходящего через средние линии, $h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$ – высота тетраэдра)

$$V=ka^3=\frac{a^3\sqrt{2}}{16} \quad k=\frac{\sqrt{2}}{16}$$

$$\frac{S_{к.}}{S_{т.}}=2\sqrt{3}\cdot k^{\frac{2}{3}}=2\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{\sqrt{2}}{16}\right)^2}=2\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{128}}=2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2}}=$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

Ответ: отношение площадей поверхностей равно $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

9

М - 313 - 11 - 3

1	2	3	4	5	
7	2	0	7	7	23

№1 $x^3+y^3=?$ $\qquad \underline{x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)}$

1) $\begin{cases} x+y=5 \\ x+y+x^2y+xy^2=24 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ (x+y)+(x^2y+xy^2)=24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ (x+y)+xy(x+y)=24 \end{cases} \rightarrow$

$\longrightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ (x+y)(1+xy)=24 \end{cases} \Rightarrow 5(1+xy)=24$

$1+xy=\frac{24}{5}$; $xy=\frac{24}{5}-1$; $\boxed{xy=\frac{19}{5}}$

2) $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=\frac{19}{5} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} (x+y)^2=25 \\ xy=\frac{19}{5} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x^2+2xy+y^2=25 \\ xy=\frac{19}{5} \end{cases} \Rightarrow x^2+2\cdot\frac{19}{5}+y^2=25$

$x^2+\frac{38}{5}+y^2=25$

$\boxed{x^2+y^2=25-\frac{38}{5}}$

3) $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=\frac{19}{5} \\ x^2+y^2=25-\frac{38}{5} \end{cases} \Rightarrow x^3+y^3=5\Big(\underbrace{25-\frac{38}{5}}_{(x^2+y^2)}-\underbrace{\frac{19}{5}}_{(xy)}\Big)=$

$=125-38-19=68$

Ответ: 68

№2

$\underset{1}{9}+\underset{2}{99}+\underset{3}{999}+\ldots+\underset{2019}{9\ldots9}$

11106

1107

108

9+99+999+9999+99999+999999 ......

1) 1 и 2 $\quad 99+9=\underline{1}08$

2) 2 и 3 $\quad 108+999=\underline{11}07$

3) 3 и 4 $\quad 1107+9999=\underline{111}06$

4) 4 и 5 $\quad 11106+99999=\underline{1111}05$

При сложении чисел вылеживается закономерность: количество 1 увеличивается, а последняя цифра суммы уменьшается на один. (07, 06, ... 05)

Проверим данную последовательность, ~~кто~~ когда в конце будет стоять (00)

② М-313 ~~11~~ -3

111105 + 999.999. 6 (9)

1111104 7 (9)

11111103 8 (9)

111111102 9 (9)

1111111101 10 (9)

11111111100 + 99999999999 = 11 дев. - 11 число (по счёту)

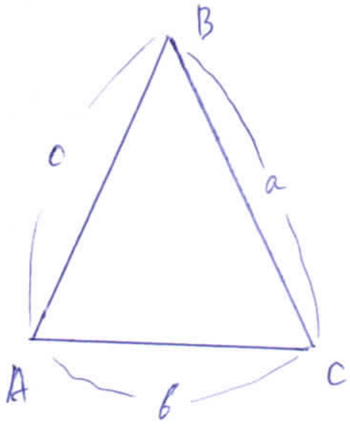
= 111111111199 - закономерность сохраняется

Прибавил 11 девяток (11 число (по счёту)) получил 10 единиц =>

=> прибавив 2019 девяток (2019 число) получу 2018 единиц

Ответ: 2018 единиц. ✓

№4



$\sin\angle A = 2\sin\angle B \cos\angle C$

Док-ть: что $\triangle ABC$ - равнобедр.

Доказательство

Пусть $BC = a$; $AB = c$; $AC = b$. Для ~~любого~~ $\triangle ABC$ выполняется теорема синусов: $\boxed{\frac{b}{\sin\angle B} = \frac{a}{\sin\angle A}} = \frac{c}{\sin\angle C}$ =>

=> $\frac{\sin\angle A}{\sin\angle B} = \frac{a}{b}$

$\sin\angle A = 2\sin\angle B \cdot \cos\angle C$

$\frac{\sin\angle A}{\sin\angle B} = 2\cos\angle C$

$\frac{a}{b} = 2\cos\angle C$

$\boxed{\cos\angle C = \frac{a}{2b}}$

Воспользуемся теоремой косинусов для стороны c.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\angle C$

$c^2 = a^2 + b^2 - \cancel{2ab} \cdot \frac{a}{\cancel{2b}}$

$c^2 = \cancel{a^2} + b^2 - \cancel{a^2}$

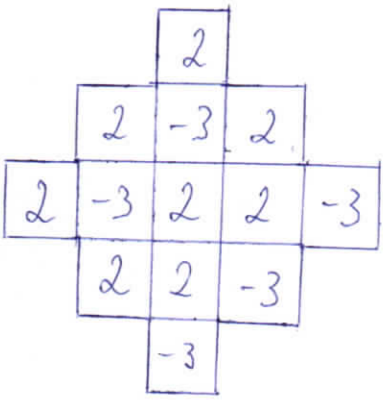
$c^2 = b^2$ => $\boxed{c = b}$ => $AC = AB$ => $\triangle ABC$ - равнобедренный

(по признаку равнобедр. треугольник

(3)

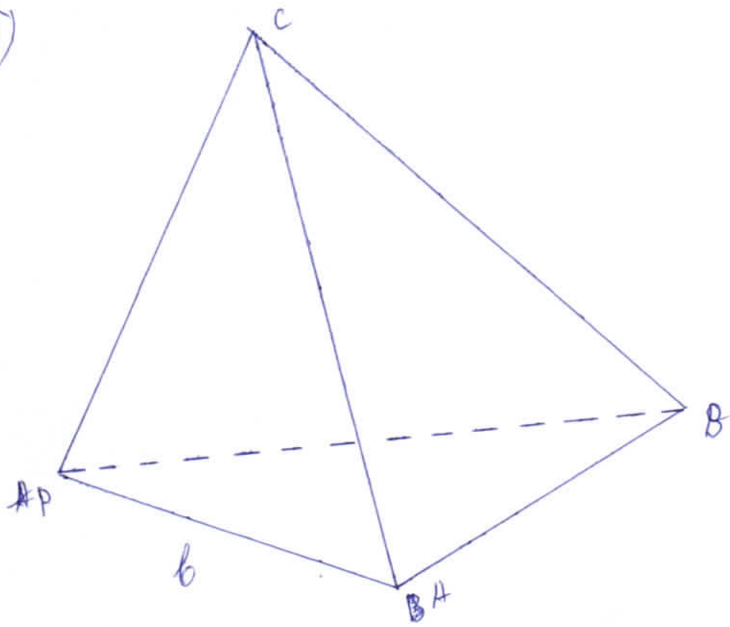
М-313 11-3

№5



$-3 \cdot 5 + 8 \cdot 2 = -15 + 16 = \underline{1}$

№3



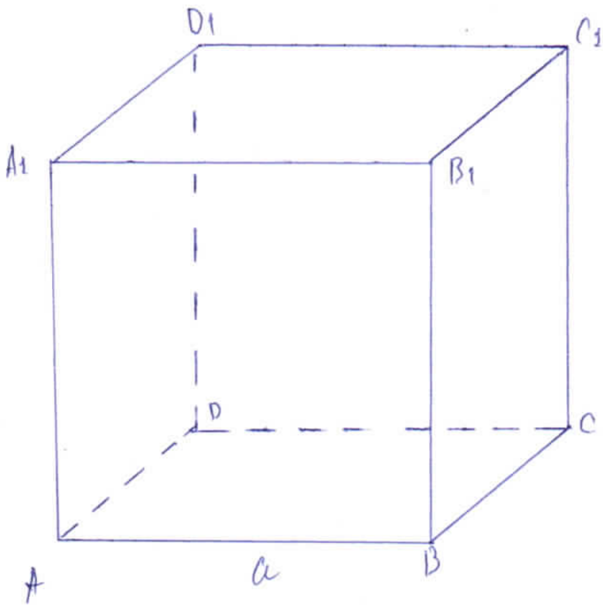
Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, правильный тетраэдр $PABC$, $V_{куба} = V_{т}$.

$\dfrac{S_{ABCD}}{S_{PAB}}$ - ?

Решение.

Пусть $AB = a$; $PA = b$.

$V_{куба} = b^3$



М-313-11-7

1	2	3	4	5	
7	0	0	7	4	18

11.1

$x^3+y^3-?$

$\begin{cases} \underline{x+y=5} \\ x+y+x^2y+xy^2=24 \end{cases}$

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=(x+y)(x^2+2xy+y^2-3xy)=(x+y)((x+y)^2-3xy)$

$\overbrace{x+y}^{5}+x^2y+xy^2=24$

$5+xy(\overbrace{x+y}^{5})=24$

$5xy=19$

$xy=\frac{19}{5}$

$\underline{xy=3{,}8}$

$x^3+y^3=5\cdot(5^2-3\cdot3{,}8)=5\cdot(25-11{,}4)=5\cdot13{,}6=68$

Ответ: 68

11.4

$\sin\angle A=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\sin(180^\circ-(\angle B+\angle C))=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\sin(\angle B+\angle C)=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\sin\angle B\cos\angle C+\cos\angle B\sin\angle C=2\sin\angle B\cos\angle C$

$\cos\angle B\sin\angle C=\sin\angle B\cos\angle C \ |:\sin\angle B\cos\angle C$; $\sin\angle B\neq0$, $\cos\angle C\neq0$

$\angle B\neq\pi n$, $\angle C=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$

$\mathrm{ctg}\angle B\,\mathrm{tg}\angle C=1$

Существует тождество $\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha=1$, следовательно $\angle B=\angle C$, а значит ΔABC - равнобедренный. Что и требовалось доказать.

почему справедливо обратное утверждение?

11.5

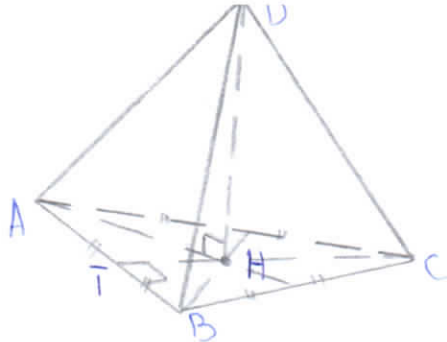
		0		
	2	-1	0	
0	-1	2	0	-1
	0	0	1	
		-1		

113

Дано

$V_{куб.} = V_{тет}$

$\frac{S_{пов.к.}}{S_{пов.т.}} - ?$



M-313-11-7

Решение

$V_{куб.} = a^3$, где a - сторона куба. $V_{тет.} = \frac{1}{4} S_{ABC} DH$. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\angle ABC = \frac{1}{2} AB^2 \times$
$\times \sin\angle ABC$. Обозначим AB за b, $\angle ABC = 60°$ (правильный тетраэдр), $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \times$
$\times b^2 = \frac{\sqrt{3}b^2}{4}$. Рассмотрим $\triangle ABC$, $CT \perp AB$. В $\triangle TBC$ $TC = \sqrt{BC^2 - BT^2} = \cancel{\sqrt{\frac{AB^2}{4}-}}$
$= \sqrt{BC^2 - \frac{(BC)^2}{4}}$ ($AB = BC$, а $BT = \frac{1}{2} AB$ (CT - медиана и высота). $TC = \frac{\sqrt{3}b}{2}$, т.к. TC - ме-
диана, то $CH = \frac{2}{3} TC$, $CH = \frac{\sqrt{3}b}{3}$. $DH = \sqrt{DC^2 - HC^2}$ по т. Пифагора. $DC = b$ (правиль-
ный тетраэдр) $DH = \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{3}} = \frac{\sqrt{6}b}{3}$

$V_{тет.} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}b^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}b}{3} = \frac{\sqrt{18}b^3}{48} = \frac{3\sqrt{2}b^3}{\cancel{48}} = \frac{\sqrt{2}b^3}{16}$

$a^3 = \frac{\sqrt{2}b^3}{16}$

$a = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}b^3}{16}} = b \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{16}}$

$S_{пов.к.} = 6a^2$

$S_{пов.т.} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}b^2}{4} = \sqrt{3}b^2$

$\frac{S_{пов.к.}}{S_{пов.т.}} = \frac{\cancel{b^2}\left(\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{16}}\right)^2}{\sqrt{3}\cancel{b^2}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{2}{32}}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{1}{16}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{16}}$